

КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. АЛЬ-ФАРАБИ
Физико-технический факультет
Кафедра Электроники и астрофизики

Алимгазинова Н.Ш.

Теоретические основы электротехники

для студентов, обучающихся по специальности
«Промышленная электроника и системы управления»

Алматы, 2025

8 лекция. Четырехполюсники

Цель лекции. Изучить основные понятия, уравнения и параметры четырёхполюсников; освоить методы анализа и расчёта, их схем замещения и частотных характеристик; научиться применять полученные знания при исследовании сложных четырёхполюсных систем.

План

1. Основные положения и уравнения.
2. Схемы замещения.
3. Основные параметры. Характеристические параметры и комплексные частотные характеристики.
4. Сложные четырёхполюсники

1. Основные положения и уравнения

Для передачи информации с помощью электромагнитной энергии (волн, сигналов в электрических схемах) применяются различные устройства, имеющие два входных (первичных) и два выходных (вторичных) зажима. К входным зажимам подключается источник электрической энергии, к выходным присоединяется нагрузка. Такие устройства называются **четырёхполюсниками**.

Четырёхполюсниками являются фильтры, трансформаторы, усилители, каскады радиопередатчиков и радиоприемников, линии связи и т. д.

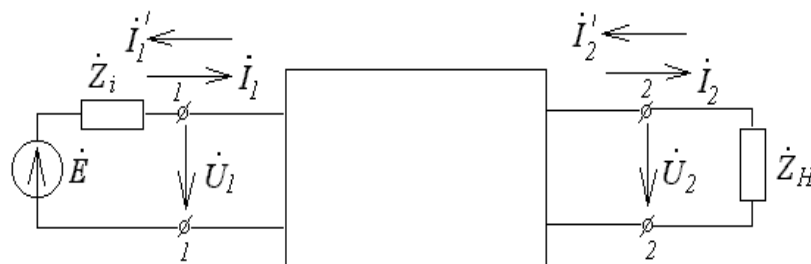


Рисунок 1

Четырёхполюсники бывают **активные и пассивные**. В активном четырёхполюснике (усилители, каскады радиопередатчиков и радиоприемников и др.) есть источники энергии, в пассивном четырёхполюснике (кабельная или воздушная линия связи, электрический фильтр и др.) источников энергии нет.

Четырёхполюсники делятся на **линейные и нелинейные**. Если напряжение и ток на выходных зажимах четырёхполюсника линейно зависят от напряжения и тока на входных зажимах он является линейным (линии связи, фильтры), в противном случае он нелинейный (выпрямитель, детектор, преобразователь частоты в радиоприемнике).

Четырёхполюсники могут быть **симметричными и несимметричными**. Четырёхполюсник симметричен, если перемена

местами входных и выходных зажимов не изменяет токов и напряжений в цепи, с которой четырехполюсник соединен. В противном случае четырехполюсник несимметричен.

Четырехполюсник является симметричным, если сохраняется симметрия относительно оси OY (рисунок 2).

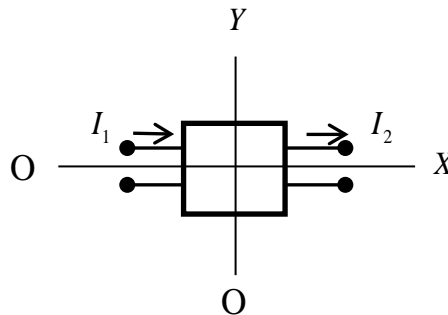


Рисунок 2

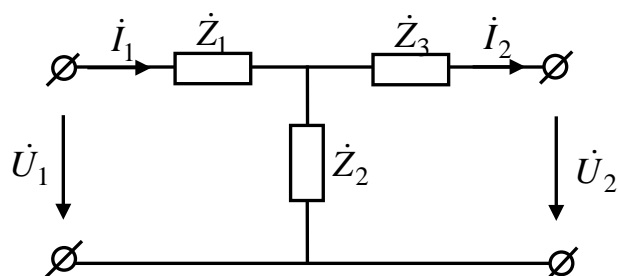
Четырехполюсник является **уравновешанным**, если сохраняется симметрия относительно оси OX (рисунок 2). В противном случае четырехполюсник будет **неуравновешанным**.

Четырехполюсники бывают **автономными и неавтономными**. На зажимах автономного четырехполюсника остается напряжение, обусловленное наличием внутренних источников, т. е. такой четырехполюсник обязательно является активным. В противном случае четырехполюсник пассивен.

Различают также **обратимые и необратимые** четырехполюсники. В обратимых четырехполюсниках отношение напряжения на входе к току на выходе (передаточное сопротивление) не зависит от того, какая пара зажимов является входной, а какая выходной. В противном случае четырехполюсник необратим.

2. Схемы замещения

В радиотехнике для упрощения анализа и расчета электронных схем, содержащих активные элементы используются схемы замещения (эквивалентные схемы), которые строятся на основании систем уравнений четырехполюсников. На практике применяют П-, Т-, Г-образные и мостовые схемы.



а) Т-образная схема

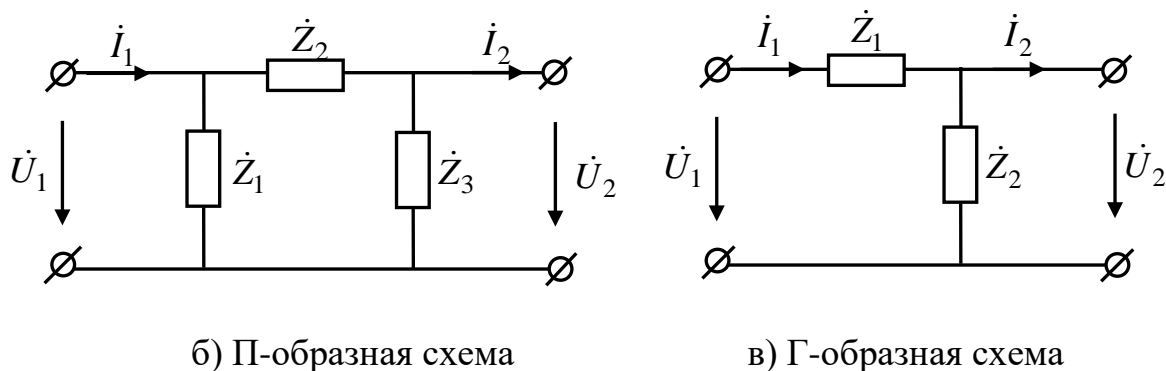


Рисунок 3 – Эквивалентные схемы четырехполюсников

3. Основные параметры. Характеристические параметры и комплексные частотные характеристики

Основной задачей теории четырехполюсников является установление соотношений между напряжениями на входе и выходе и токами, протекающими через входные и выходные зажимы. Вариант с токами \dot{I}_1 , \dot{I}_2 называют *прямой передачей*, а \dot{I}'_1 , \dot{I}'_2 - *обратной*. Очевидно, что $\dot{I}_1 = -\dot{I}'_1$, $\dot{I}_2 = -\dot{I}'_2$.

Две из четырех величин, определяющих режим четырехполюсника можно рассматривать как заданные воздействия, две оставшиеся как отклики на эти воздействия. Таким образом, соотношения между токами и напряжениями на входе и выходе четырехполюсника могут быть записаны в виде шести систем уравнений.

Y – форма

Токи на входе и выходе выражаются в зависимости от напряжений на входных и выходных зажимах:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = \dot{Y}_{11}\dot{U}_1 + \dot{Y}_{12}\dot{U}_2, \\ \dot{I}'_2 = \dot{Y}_{21}\dot{U}_1 + \dot{Y}_{22}\dot{U}_2. \end{cases} \quad (1)$$

Коэффициенты \dot{Y}_{11} , \dot{Y}_{12} , \dot{Y}_{21} , \dot{Y}_{22} называются *Y- параметрами* и являются комплексными проводимостями. Действительно,

$$\dot{Y}_{11} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{U}_2=0} \quad - \text{ комплексная входная проводимость при коротком}$$

замыкании выходных зажимов.

$$\dot{Y}_{22} = \left. \frac{\dot{I}'_2}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{U}_1=0} \quad - \text{ комплексная входная проводимость со стороны зажимов}$$

(2-2) при коротком замыкании входных зажимов.

$$\dot{Y}_{12} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{U}_1=0} \quad - \text{ комплексная передаточная (взаимная) проводимость при}$$

коротком замыкании входных зажимов.

$$\dot{Y}_{21} = \left. \frac{\dot{I}'_2}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{U}_2=0} \quad - \text{ комплексная передаточная (взаимная) проводимость при}$$

коротком замыкании выходных зажимов.

В случае обратимого четырехполюсника $\dot{Y}_{12} = \dot{Y}_{21}$. Если четырехполюсник симметричен, то $\dot{Y}_{11} = \dot{Y}_{22}$ и его свойства определяются только двумя параметрами (например, \dot{Y}_{11} , \dot{Y}_{12}).

Z – форма

Напряжения на входе и выходе выражаются в зависимости от токов, протекающих через входные и выходные зажимы:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{Z}_{11}\dot{I}_1 + \dot{Z}_{12}\dot{I}'_2, \\ \dot{U}_2 = \dot{Z}_{21}\dot{I}_1 + \dot{Z}_{22}\dot{I}'_2. \end{cases} \quad (2)$$

$$\dot{Z}_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}'_2=0} \quad - \text{ входное сопротивление со стороны зажимов (1-1) при}$$

разомкнутых выходных зажимах.

$$\dot{Z}_{12} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}'_2} \right|_{\dot{I}_1=0} \quad - \text{ передаточное (взаимное) сопротивление при разомкнутых}$$

зажимах (1-1).

$$\dot{Z}_{21} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}'_2=0} \quad - \text{ передаточное (взаимное) сопротивление при}$$

разомкнутых зажимах (2-2).

$$\dot{Z}_{22} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}'_2} \right|_{\dot{I}_1=0} \quad - \text{ входное сопротивление со стороны зажимов (2-2) при}$$

разомкнутых зажимах (1-1).

В случае обратимого четырехполюсника $\dot{Z}_{12} = \dot{Z}_{21}$. Если четырехполюсник симметричен, то $\dot{Z}_{22} = \dot{Z}_{11}$ и его свойства определяются только двумя параметрами (например, \dot{Z}_{11} , \dot{Z}_{12}).

А – форма

В случае, когда четырехполюсник выполняет роль промежуточного звена между источником сигнала и сопротивлением нагрузки, заданными являются напряжение и ток на выходе (\dot{U}_2, \dot{I}_2) , а искомыми величины, характеризующие режим на входе четырехполюсника (\dot{U}_1, \dot{I}_1) . Связь между входными и выходными напряжениями и токами устанавливает система параметров прямой передачи:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{A}_{11}\dot{U}_2 + \dot{A}_{12}\dot{I}_2, \\ \dot{I}_1 = \dot{A}_{21}\dot{U}_2 + \dot{A}_{22}\dot{I}_2. \end{cases} \quad (3)$$

$\dot{A}_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}_2=0}$ - отношение напряжений в режиме холостого хода на выходе.

$\dot{A}_{21} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}_2=0}$ - величина, обратная передаточному сопротивлению в режиме холостого хода на выходе.

$\dot{A}_{12} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{U}_2=0}$ - величина, обратная передаточной проводимости в режиме короткого замыкания на выходе.

$\dot{A}_{22} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{U}_2=0}$ - отношение токов в режиме короткого замыкания на выходе.

Найдем связь между \dot{A} - и \dot{Y} - параметрами. Из второго уравнения системы \dot{Y} - параметров следует

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = \dot{Y}_{11}\dot{U}_1 + \dot{Y}_{12}\dot{U}_2, \\ \dot{I}_2' = \dot{Y}_{21}\dot{U}_1 + \dot{Y}_{22}\dot{U}_2. \end{cases} \quad (4)$$

$$-\dot{I}_2 = \dot{I}_2' = \dot{Y}_{21}\dot{U}_1 + \dot{Y}_{22}\dot{U}_2, \quad \dot{U}_1 = -\frac{\dot{Y}_{22}}{\dot{Y}_{21}}\dot{U}_2 - \frac{1}{\dot{Y}_{21}}\dot{I}_2.$$

Подставив последнее выражение в первое уравнение системы \dot{Y} - параметров, получим:

$$\dot{I}_1 = \dot{Y}_{11}\left(-\frac{\dot{Y}_{22}}{\dot{Y}_{21}}\dot{U}_2 - \frac{1}{\dot{Y}_{21}}\dot{I}_2\right) + \dot{Y}_{12}\dot{U}_2 = -\frac{\dot{Y}_{11}\dot{Y}_{22} - \dot{Y}_{12}\dot{Y}_{21}}{\dot{Y}_{21}}\dot{U}_2 - \frac{\dot{Y}_{11}}{\dot{Y}_{21}}\dot{I}_2.$$

И окончательно,

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = -\frac{\dot{Y}_{22}}{\dot{Y}_{21}}\dot{U}_2 - \frac{1}{\dot{Y}_{21}}\dot{I}_2, \\ \dot{I}_1 = -\frac{\dot{Y}_{11}\dot{Y}_{22} - \dot{Y}_{12}\dot{Y}_{21}}{\dot{Y}_{21}}\dot{U}_2 - \frac{\dot{Y}_{11}}{\dot{Y}_{21}}\dot{I}_2. \end{cases} \quad (5)$$

Следовательно,

$$\dot{A}_{11} = -\frac{\dot{Y}_{22}}{\dot{Y}_{21}}, \quad \dot{A}_{12} = -\frac{1}{\dot{Y}_{21}}, \quad \dot{A}_{21} = -\frac{\dot{Y}_{11}\dot{Y}_{22} - \dot{Y}_{12}\dot{Y}_{21}}{\dot{Y}_{21}} = -\frac{|\dot{Y}|}{\dot{Y}_{21}}, \quad \dot{A}_{22} = -\frac{\dot{Y}_{11}}{\dot{Y}_{21}}, \quad (6)$$

где $|\dot{Y}| = \dot{Y}_{11}\dot{Y}_{22} - \dot{Y}_{12}\dot{Y}_{21}$ - определитель, составленный из \dot{Y} - параметров.

Определитель, составленный из \dot{A} - параметров, равен:

$$|\dot{A}| = \dot{A}_{11}\dot{A}_{22} - \dot{A}_{12}\dot{A}_{21} = \frac{\dot{Y}_{12}}{\dot{Y}_{21}}. \quad (7)$$

Для обратимого четырехполюсника

$$\dot{Y}_{12} = \dot{Y}_{21} \text{ и } |\dot{A}| = \dot{A}_{11}\dot{A}_{22} - \dot{A}_{12}\dot{A}_{21} = 1.$$

B – форма

Для анализа передачи сигнала от зажимов (2-2) к зажимам (1-1) используется система уравнений обратной передачи:

$$\begin{cases} \dot{U}_2 = \dot{B}_{11}\dot{U}_1 + \dot{B}_{12}\dot{I}'_1, \\ \dot{I}'_2 = \dot{B}_{21}\dot{U}_1 + \dot{B}_{22}\dot{I}'_1. \end{cases} \quad (8)$$

Значения \dot{B} - параметров определяются также из опытов холостого хода входной цепи ($\dot{I}'_1 = 0$) и короткого замыкания ($\dot{U}_1 = 0$).

H – форма

Когда заданными являются комплексные амплитуды тока на входе \dot{I}_1 и напряжения на выходе \dot{U}_2 , искомые величины \dot{U}_1 и \dot{I}'_2 могут быть найдены из системы уравнений в \dot{H} - параметрах:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{H}_{11}\dot{I}_1 + \dot{H}_{12}\dot{U}_2, \\ \dot{I}'_2 = \dot{H}_{21}\dot{I}_1 + \dot{H}_{22}\dot{U}_2. \end{cases} \quad (9)$$

Значения каждого из \dot{H} - параметров определяются из опытов короткого замыкания на выходе ($\dot{U}_2 = 0$) и холостого хода первичной цепи ($\dot{I}_1 = 0$).

G – форма

В том случае, когда задаются величины \dot{U}_1 и \dot{I}_2 , ток на входе \dot{I}_1 и напряжение на выходе \dot{U}_2 определяются из уравнений в \dot{G} - параметрах:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = \dot{G}_{11}\dot{U}_1 + \dot{G}_{12}\dot{I}'_2, \\ \dot{U}_2 = \dot{G}_{21}\dot{U}_1 + \dot{G}_{22}\dot{I}'_2. \end{cases} \quad (10)$$

Входящие в эту систему уравнений \dot{G} - параметры могут быть найдены из опытов холостого хода выходной цепи ($\dot{I}'_2 = 0$) и короткого замыкания на входе ($\dot{U}_1 = 0$).

Поскольку все шесть систем параметров описывают один четырехполюсник, то они связаны между собой формулами пересчета, приведенными в справочных таблицах.

Входное сопротивление четырехполюсника. Влияние четырехполюсника на режим цепи, с которой он соединен, оценивается входными сопротивлениями:

$$\dot{Z}_{BX1} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \quad (11)$$

$$\dot{Z}_{BX2} = \dot{Z}_{BIX} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}'_2}. \quad (12)$$

На эти входные сопротивления оказывается нагруженным источник при передачи сигнала слева направо (рисунок 5,а) и справа налево (рисунок 5,б).

Входные сопротивления могут быть выражены через любую систему параметров четырехполюсника. В случае \dot{A} - параметров

$$\dot{Z}_{BX1} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{A}_{11}\dot{U}_2 + \dot{A}_{12}\dot{I}_2}{\dot{A}_{21}\dot{U}_2 + \dot{A}_{22}\dot{I}_2} = \frac{\dot{A}_{11}\dot{Z}_H + \dot{A}_{12}}{\dot{A}_{21}\dot{Z}_H + \dot{A}_{22}}, \quad (13)$$

где $\dot{Z}_H = \dot{U}_2 / \dot{I}_2$.

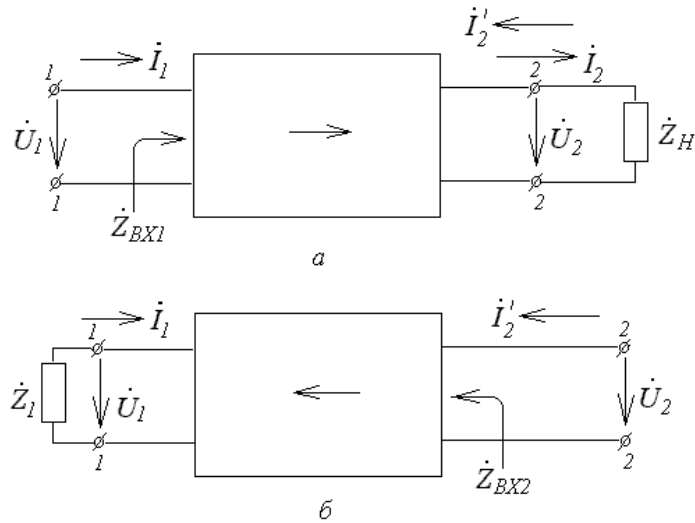


Рисунок 5

В случае перемены направления передачи сигнала (рисунок 5,б) воспользуемся следующим приемом. Если в системе уравнений в \dot{A} -параметрах заменить токи I_1 на I_1' и I_2 на I_2' и решить уравнения относительно \dot{U}_2 и I_2' , то получим уравнения в системе \dot{B} - параметров, выраженные через \dot{A} - коэффициенты. Тогда

$$\dot{Z}_{BX2} = \frac{\dot{U}_2}{I_2'} = \frac{\dot{A}_{22}\dot{U}_1 + \dot{A}_{12}I_1'}{\dot{A}_{21}\dot{U}_1 + \dot{A}_{11}I_1'} = \frac{\dot{A}_{22}\dot{Z}_1 + \dot{A}_{12}}{\dot{A}_{21}\dot{Z}_1 + \dot{A}_{11}}, \quad (14)$$

так как $\dot{Z}_1 = \dot{U}_1 / I_1'$.

Выражения для входных сопротивлений могут быть представлены и в иной форме. Действительно,

$$\dot{Z}_{BX1} = \frac{\dot{A}_{11}}{\dot{A}_{21}} \frac{\frac{\dot{A}_{12}}{\dot{A}_{11}} + \dot{Z}_H}{\frac{\dot{A}_{22}}{\dot{A}_{21}} + \dot{Z}_H} = \dot{Z}_{1X} \frac{\dot{Z}_{2K} + \dot{Z}_H}{\dot{Z}_{2X} + \dot{Z}_H}, \quad (15)$$

$$\dot{Z}_{BX2} = \dot{Z}_{2X} \frac{\dot{Z}_{1K} + \dot{Z}_1}{\dot{Z}_{1X} + \dot{Z}_1}, \quad (16)$$

$\dot{Z}_{1X} = \frac{\dot{A}_{11}}{\dot{A}_{21}}$, $\dot{Z}_{1K} = \frac{\dot{A}_{12}}{\dot{A}_{22}}$ - входные сопротивления в режиме холостого хода и

короткого замыкания на выходе, $\dot{Z}_{2X} = \frac{\dot{A}_{22}}{\dot{A}_{21}}$, $\dot{Z}_{2K} = \frac{\dot{A}_{12}}{\dot{A}_{11}}$ - входные

сопротивления в режиме холостого хода и короткого замыкания на входе.

Таким образом, *четырёхполюсник трансформирует сопротивление нагрузки в новое сопротивление, зависящее как от величины нагрузки, так и от параметров четырёхполюсника.*

Характеристические (вторичные) параметры четырехполюсника. Наряду с рассмотренными выше первичными параметрами (коэффициентами в системах уравнений) четырехполюсника, при решении многих задач пользуются *характеристическими (вторичными) параметрами* четырехполюсника. К ним относятся: *характеристические сопротивления, постоянная передачи (мера передачи) и коэффициент трансформации.*

Известно, что генератор с внутренним сопротивлением \dot{Z}_i отдает максимальную мощность в нагрузку \dot{Z}_H при условии $\dot{Z}_i = \dot{Z}_H$. Если между генератором и нагрузкой находится четырехполюсник, то для передачи максимальной мощности от генератора в четырехполюсник необходимо согласовать входное сопротивление четырехполюсника \dot{Z}_{BX1} с внутренним сопротивлением генератора, т. е. выполнить условие $\dot{Z}_i = \dot{Z}_{BX1}$, а для передачи максимальной мощности от четырехполюсника в нагрузку согласовать выходное сопротивление четырехполюсника с сопротивлением нагрузки, т. е. выполнить условие $\dot{Z}_{BX2} = \dot{Z}_H$. Режим работы четырехполюсника, когда $\dot{Z}_i = \dot{Z}_{BX1}$ и $\dot{Z}_{BX2} = \dot{Z}_H$ называется **режимом согласованного включения**.

Оказывается, для любого четырехполюсника существует такая пара сопротивлений, для которой выполняется условие:

$$\dot{Z}_{BX1} = \frac{\dot{A}_{11}\dot{Z}_H + \dot{A}_{12}}{\dot{A}_{21}\dot{Z}_H + \dot{A}_{22}} = \dot{Z}_i, \quad \dot{Z}_{BX2} = \frac{\dot{A}_{22}\dot{Z}_1 + \dot{A}_{12}}{\dot{A}_{21}\dot{Z}_1 + \dot{A}_{11}} = \dot{Z}_H. \quad (17)$$

Эти сопротивления называются **характеристическими сопротивлениями** четырехполюсника и обозначаются \dot{Z}_{1C} и \dot{Z}_{2C} .

Учитывая, что $\dot{Z}_{BX1} = \dot{Z}_i = \dot{Z}_{1C}$ и $\dot{Z}_{BX2} = \dot{Z}_H = \dot{Z}_{2C}$, получим

$$\dot{Z}_{1C} = \frac{\dot{A}_{11}\dot{Z}_{2C} + \dot{A}_{12}}{\dot{A}_{21}\dot{Z}_{2C} + \dot{A}_{22}}, \quad \dot{Z}_{2C} = \frac{\dot{A}_{22}\dot{Z}_{1C} + \dot{A}_{12}}{\dot{A}_{21}\dot{Z}_{1C} + \dot{A}_{11}}. \quad (18)$$

Решив совместно эти уравнения, найдем

$$\dot{Z}_{1C} = \sqrt{\frac{\dot{A}_{11}\dot{A}_{12}}{\dot{A}_{21}\dot{A}_{22}}}, \quad \dot{Z}_{2C} = \sqrt{\frac{\dot{A}_{22}\dot{A}_{12}}{\dot{A}_{21}\dot{A}_{11}}}. \quad (19)$$

Поскольку

$$\frac{\dot{A}_{11}}{\dot{A}_{21}} = \dot{Z}_{1X}, \quad \frac{\dot{A}_{12}}{\dot{A}_{22}} = \dot{Z}_{1K}, \quad \frac{\dot{A}_{22}}{\dot{A}_{21}} = \dot{Z}_{2X}, \quad \frac{\dot{A}_{12}}{\dot{A}_{11}} = \dot{Z}_{2K}, \quad (20)$$

то характеристические сопротивления записывают через параметры холостого хода и короткого замыкания:

$$\dot{Z}_{1C} = \sqrt{\dot{Z}_{1X}\dot{Z}_{1K}}, \quad \dot{Z}_{2C} = \sqrt{\dot{Z}_{2X}\dot{Z}_{2K}}. \quad (21)$$

Если четырехполюсник согласован с нагрузкой

$$\dot{Z}_H = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = \dot{Z}_{2C} = \sqrt{\frac{\dot{A}_{22}\dot{A}_{12}}{\dot{A}_{21}\dot{A}_{11}}}, \quad (22)$$

то уравнения в системе \dot{A} – параметров

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{A}_{11}\dot{U}_2 + \dot{A}_{12}\frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_{2C}}, \\ \dot{I}_1 = \dot{A}_{21}\dot{Z}_{2C}\dot{I}_2 + \dot{A}_{22}\dot{I}_2. \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{U}_2(\dot{A}_{11} + \sqrt{\frac{\dot{A}_{12}\dot{A}_{21}\dot{A}_{11}}{\dot{A}_{22}}}), \\ \dot{I}_1 = \dot{I}_2(\dot{A}_{22} + \sqrt{\frac{\dot{A}_{12}\dot{A}_{21}\dot{A}_{22}}{\dot{A}_{11}}}). \end{cases} \quad (23)$$

Тогда

$$\begin{cases} \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \cdot \sqrt{\frac{\dot{A}_{22}}{\dot{A}_{11}}} = \sqrt{\dot{A}_{11}\dot{A}_{22}} + \sqrt{\dot{A}_{12}\dot{A}_{21}}, \\ \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \cdot \sqrt{\frac{\dot{A}_{11}}{\dot{A}_{22}}} = \sqrt{\dot{A}_{11}\dot{A}_{22}} + \sqrt{\dot{A}_{12}\dot{A}_{21}}. \end{cases}$$

Величина

$$\sqrt{\frac{\dot{A}_{11}}{\dot{A}_{22}}} = \sqrt{\frac{\dot{Z}_{1C}}{\dot{Z}_{2C}}} = n_T \quad (24)$$

- коэффициентом трансформации четырехполюсника.

Входное сопротивление согласованного четырехполюсника

$$\dot{Z}_{BX1} = \dot{Z}_{1C} = n_T^2 \dot{Z}_{2C} = n_T^2 \dot{Z}_H, \quad (25)$$

т. е. согласованный четырехполюсник трансформирует сопротивление нагрузки в n_T^2 раз.

Таким образом,

$$\frac{1}{n_T} \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = n_T \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \sqrt{\dot{A}_{11}\dot{A}_{22}} + \sqrt{\dot{A}_{12}\dot{A}_{21}} = e^g, \quad (26)$$

где \dot{g} - *характеристическая постоянная передачи (мера передачи) четырехполюсника*.

Если четырехполюсник симметричен $\dot{A}_{11} = \dot{A}_{22}$, $\dot{Z}_{1C} = \dot{Z}_{2C}$, $n_T = 1$, тогда

$$\dot{g} = \ln \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \ln \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \ln(\sqrt{\dot{A}_{11}\dot{A}_{22}} + \sqrt{\dot{A}_{12}\dot{A}_{21}}), \quad (27)$$

т. е. *постоянная передачи определяется только первичными параметрами четырехполюсника*.

При согласованной нагрузке

$$\dot{Z}_H = \dot{Z}_{2C}, \quad \dot{Z}_{2C}\dot{I}_2 = \dot{U}_2, \quad ch\dot{g} + sh\dot{g} = e^{\dot{g}},$$

будет

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \sqrt{\frac{\dot{Z}_{1C}}{\dot{Z}_{2C}}} \dot{U}_2 e^{\dot{g}}, \\ \dot{I}_1 = \sqrt{\frac{\dot{Z}_{2C}}{\dot{Z}_{1C}}} \dot{I}_2 e^{\dot{g}}. \end{cases} \quad (28)$$

Постоянная передачи в общем случае величина комплексная $\dot{g} = a + jb$.

Характеристические сопротивления являются комплексными величинами

$$\dot{Z}_{1C} = |\dot{Z}_{1C}| e^{j\varphi_{1C}}, \quad \dot{Z}_{2C} = |\dot{Z}_{2C}| e^{j\varphi_{2C}}. \quad (29)$$

Амплитуды или действующие значения напряжений и токов на входе и выходе четырехполюсника связаны через характеристические сопротивления и постоянную передачи

$$\begin{cases} |\dot{U}_1| e^{j\varphi_{U1}} = \left[\sqrt{\frac{|\dot{Z}_{1C}|}{|\dot{Z}_{2C}|}} |\dot{U}_2| e^a \right] e^{j\varphi_{U2}} e^{j\frac{1}{2}(\varphi_{1C} - \varphi_{2C})} e^{jb}, \\ |\dot{I}_1| e^{j\varphi_{I1}} = \left[\sqrt{\frac{|\dot{Z}_{2C}|}{|\dot{Z}_{1C}|}} |\dot{I}_2| e^a \right] e^{j\varphi_{I2}} e^{j\frac{1}{2}(\varphi_{2C} - \varphi_{1C})} e^{jb}. \end{cases} \quad (30)$$

Вещественная часть постоянной передачи a характеризует изменение амплитуды или действующего значения тока и напряжения при прохождении сигнала через четырехполюсник. **Мнимая составляющая b**

характеризует фазовый сдвиг между входным и выходным напряжениями или токами,

$$\varphi_{U1} - \varphi_{U2} = \frac{1}{2}(\varphi_{1C} - \varphi_{2C}) + jb, \quad \varphi_{I1} - \varphi_{I2} = \frac{1}{2}(\varphi_{2C} - \varphi_{1C}) + jb. \quad (31)$$

Для симметричного четырехполюсника

$$\begin{cases} |\dot{U}_1| e^{j\varphi_{U1}} = |\dot{U}_2| e^a e^{j\varphi_{U2}} e^{jb}, \\ |\dot{I}_1| e^{j\varphi_{I1}} = |\dot{I}_2| e^a e^{j\varphi_{I2}} e^{jb}. \end{cases} \quad (32)$$

b - коэффициент фазы измеряется в радианах или градусах и равен

$$b = \varphi_{U1} - \varphi_{U2} = \varphi_{I1} - \varphi_{I2}. \quad (33)$$

Коэффициент a - собственное затухание определяется как

$$a = \ln \frac{|\dot{U}_1|}{|\dot{U}_2|} = \ln \frac{|\dot{I}_1|}{|\dot{I}_2|} \text{ (непер)}. \quad (34)$$

Затуханию $a = 1$ Нп соответствует уменьшение амплитуды или действующего значения напряжения или тока в $e = 2,718$ раза.

В радиотехнике часто легче измерить мощность сигнала на входе и выходе, кроме того, при расчетах предпочтительнее применять не натуральные, а десятичные логарифмы. Поэтому затухание измеряют в белах:

$$a_{(\text{бел})} = \lg \frac{U_1 I_1}{U_2 I_2} = \lg \frac{S_1}{S_2}. \quad (35)$$

$$\text{Т.к. } \frac{S_1}{S_2} = \frac{U_1^2}{U_2^2} = \frac{I_1^2}{I_2^2},$$

$$a_{(\text{бел})} = 2 \lg \frac{U_1}{U_2} = 2 \lg \frac{I_1}{I_2}. \quad (36)$$

Единица бел достаточно велика поэтому пользуются $0,1$ бел называемой децибел.

$$a_{(\text{дб})} = 20 \lg \frac{U_1}{U_2} = 20 \lg \frac{I_1}{I_2} = 10 \lg \frac{S_1}{S_2}, \quad (37)$$

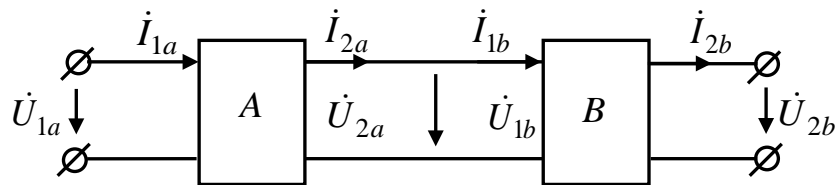
$$1 \text{ дб} \approx 0,115 \text{ непер}; \quad 1 \text{ непер} \approx 8,7 \text{ дб}.$$

4. Сложные четырехполюсники

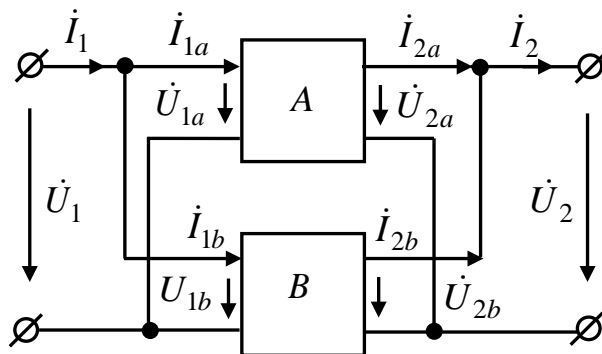
Четырехполюсник может быть сложным, т.к. образован в результате соединения между собой нескольких, в частности двух, четырехполюсников. Параметры сложного четырехполюсника могут быть рассчитаны, если известны параметры каждого из составляющих четырехполюсников. В зависимости от схемы соединения четырехполюсников расчет параметров результирующего (эквивалентного) проводят, используя соответствующие уравнения в матричной форме.

Различают несколько видов соединения сложного четырехполюсника, состоящего из A и B - двух простых четырехполюсников: последовательное, параллельное, каскадное, параллельно-последовательное и последовательно-параллельное соединения (рисунок 6).

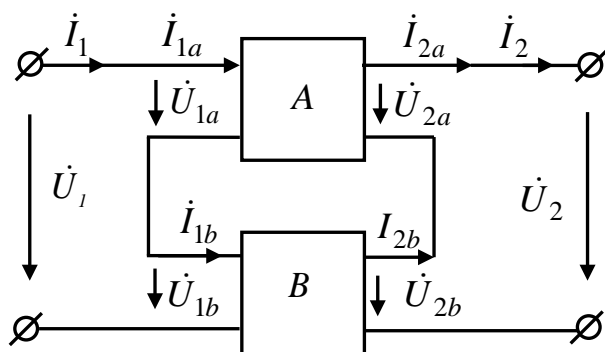
В зависимости от схемы соединения простых четырехполюсников (A и B) расчет параметров результирующего сложного четырехполюсника проводят используя соответствующие уравнения в матричной форме. На рисунке 6 параметры результирующего четырехполюсника: напряжения - \dot{U}_1, \dot{U}_2 и токи - \dot{I}_1, \dot{I}_2 .



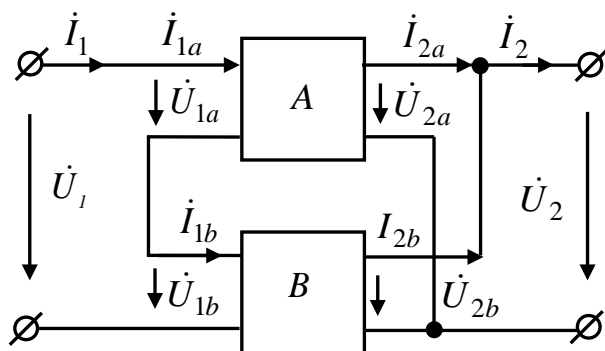
а) каскадное соединение: $\dot{U}_1 = \dot{U}_{1a}, \dot{U}_{2a} = \dot{U}_{1b},$
 $\dot{U}_2 = \dot{U}_{2b}, \dot{I}_1 = \dot{I}_{1a}, \dot{I}_{2a} = \dot{I}_{1b}, \dot{I}_2 = \dot{I}_{2b}$



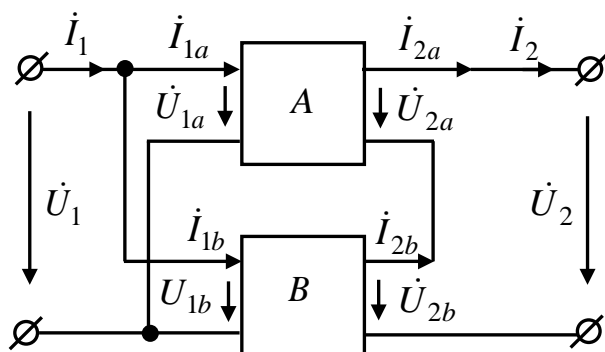
б) параллельное соединение: $\dot{U}_1 = \dot{U}_{1a} = \dot{U}_{1b}, \dot{U}_2 = \dot{U}_{2a} = \dot{U}_{2b},$
 $\dot{I}_1 = \dot{I}_{1a} + \dot{I}_{1b}, \dot{I}_2 = \dot{I}_{2a} + \dot{I}_{2b}$



в) последовательное соединение: $\dot{U}_1 = \dot{U}_{1a} + \dot{U}_{1b}, \dot{U}_2 = \dot{U}_{2a} + \dot{U}_{2b},$
 $\dot{I}_1 = \dot{I}_{1a} = \dot{I}_{1b}, \dot{I}_2 = \dot{I}_{2a} = \dot{I}_{2b}$



г) последовательно-параллельное соединение: $\dot{U}_1 = \dot{U}_{1a} + \dot{U}_{1b}, \dot{U}_2 = \dot{U}_{2a} = \dot{U}_{2b},$
 $\dot{I}_1 = \dot{I}_{1a} = \dot{I}_{1b}, \dot{I}_2 = \dot{I}_{2a} + \dot{I}_{2b}$



д) параллельно-последовательное соединение: $\dot{U}_1 = \dot{U}_{1a} = \dot{U}_{1b}, \dot{U}_2 = \dot{U}_{2a} + \dot{U}_{2b},$
 $\dot{I}_1 = \dot{I}_{1a} + \dot{I}_{1b}, \dot{I}_2 = \dot{I}_{2a} = \dot{I}_{2b}$

Рисунок 6 – Виды соединений сложных четырехполюсников

Для схемы каскадного соединения используют уравнения записанные в A – форме, для схемы последовательного соединения – в Z – форме, для схемы параллельного соединения – в Y – форме, для схемы параллельно-последовательного соединения – в G – форме и для последовательно-параллельного соединения – в H – форме.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение основным понятиям, используемым в теории четырехполюсников.
2. Запишите шесть форм системы уравнений четырехполюсников.
3. Дайте определение коэффициентам в уравнениях четырехполюсников при различных формах записи уравнений.
4. Определите входные сопротивления и характеристические (вторичные) параметры четырехполюсника.

Литература

- 1 Алимгазина Н.Ш. Теория Электрических Цепей. Курс Лекций. – Алматы: Қазақ университеті, 2016. – 8,7 п.л..
- 2 Манаков С.М., Алимгазина Н.Ш., Бурисова Д.Ж., Исимова А.Т. Основы электротехники в упражнениях и задачах. – Алматы: Қазақ университеті, 2016. – 10 п.л..
- 3 Манаков С.М., Алимгазина Н.Ш., Толегенова А.А. Учебно-Методическое Пособие По Курсу "Теория Электрических Цепей". – Алматы: Қазақ университеті, 2016. – 12 п.л.
- 4 Теоретические основы электротехники. Версия 1.0 [Электронный ресурс]: конспект лекций / С. Г. Иванова, В. В. Новиков. – Электрон. дан. (4 Мб). – Красноярск: ИПК СФУ, 2008.
- 5 Атабеков Г. И. Основы теории цепей : учебник / Г. И. Атабеков . – 2-е изд., испр . – СПб. : Лань, 2006 . – 432 с.
- 6 Прянишников В.А. Теоретические основы электротехники. М: КОРОНА-Век, 2012. - 368 с.
- 7 Атабеков Г.И. Нелинейные электрические цепи. Теоретические основы электротехники. Учебное пособие. СПб.: Питер, Лань, 2010. – 432 с.
- 8 Бессонов Л.А. Электрические цепи. Теоретические основы электротехники. М: Юрайт, 2016. – 701 с.
- 9 Попов В.П. Основы теории цепей: Учебник для студ. вузов спец. Радиотехника. – М.: Высшая школа, 2000. – 574 с.